

УДК 551.252:552.578.061.4:622.276

**Петухов А.В.**

Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», Санкт-Петербург, Россия, av\_petukhov@mail.ru

**Шелепов И.В.**

ООО «Газпромнефть НТЦ», Санкт-Петербург, Россия, shelepov.iv@gazpromneft-ntc.ru

**Петухов А.А.**

ООО «Газпром ПХГ», Москва, Россия, a.petukhov@phg.gazprom.ru

**Куклин А.И.**

ООО «Лукойл-Коми», Усинск, Россия, andrey.kuklin@lukoil.com

## **СТЕПЕННОЙ ЗАКОН И ПРИНЦИП САМОПОДОБИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТРЕЩИНОВАТЫХ НЕФТЕГАЗОНОСНЫХ КОЛЛЕКТОРОВ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА РАЗРАБОТКИ**

*Рассмотрены различные аспекты применения принципов самоподобия, скейлинга, самоорганизации и теории фракталов при изучении трещиноватых коллекторов нефти и газа и гидродинамическом моделировании процессов фильтрации в них. Особое внимание уделено связям этих понятий со степенным законом распределения, имеющим многолетнюю практику использования при изучении различных сложных систем, включая природные самоподобные фрактальные структуры. Показано, что трещиноватость в терригенных поровых коллекторах развита не менее значительно, чем в карбонатных коллекторах сложного типа, что необходимо учитывать при разработке месторождений.*

**Ключевые слова:** самоподобие, скейлинг, самоорганизация, теория фракталов, трещиноватые коллекторы, нефть, газ, первоначальный дебит, накопленная добыча.

В последние годы изучению трещиноватости продуктивных пород на месторождениях нефти и газа уделяется повышенное внимание во многих регионах как за рубежом, так и в России: в Тимано-Печорской, Волго-Уральской, Прикаспийской и Западно-Сибирской нефтегазоносных провинциях, в Предкавказье и в Восточной Сибири [Петухов, 2002; Петухов и др., 2011б]. Установлено, что многие месторождения здесь характеризуются блоковым строением с существенной тектонической раздробленностью. О значительной трещиноватости продуктивных пород свидетельствует различная продуктивность добывающих скважин в пределах разрабатываемых месторождений. Отобранные запасы нефти по некоторым скважинам с трудом вписываются в геологическую модель месторождений, поэтому геологи при подсчете и пересчете запасов вынуждены увеличивать объем нефтенасыщенных пород, однако трещинная емкость и проницаемость при использовании традиционных подходов практически не учитывается, а ее влияние на разработку остается без должного внимания. Весь практический опыт изучения трещиноватых коллекторов нефти и газа показывает, что в этом направлении нефтегазовой

геологии в настоящее время существует много проблем, не позволяющих создавать адекватные модели геологического строения разрабатываемых месторождений, а также адаптировать постоянно действующие гидродинамические модели объектов разработки. Рассматривая залежи нефти и газа, связанные с трещиноватыми коллекторами, следует отметить, что важнейшим свойством трещиноватых коллекторов является их иерархическое блочное строение, определяющее их структурно-пространственную неоднородность. На основании изучения трещиноватости нефтегазоносных пород, залегающих в разнообразных структурно-тектонических условиях, в широком диапазоне глубин, в пределах месторождений, находящихся на разных стадиях разработки, а также данных лабораторного моделирования образования тектонических трещин было показано существование глубокого подобия процессов формирования структурно-пространственной зональности трещиноватых коллекторов нефти и газа в породах различного литологического состава [Петухов, 2002]. Такое подобие подтверждается удивительным единством динамики некоторых статистических показателей разработки залежей, а также изменением гидродинамических параметров трещиноватых коллекторов в процессе исследований скважин в терригенных и карбонатных породах. При самом беглом взгляде на горные породы при изучении обнажений бросается в глаза их неоднородность – горные породы сложены из отдельностей различного минерального и химического состава, которые обладают различными физическими свойствами и пронизаны по всему объему системами трещин (рис. 1).

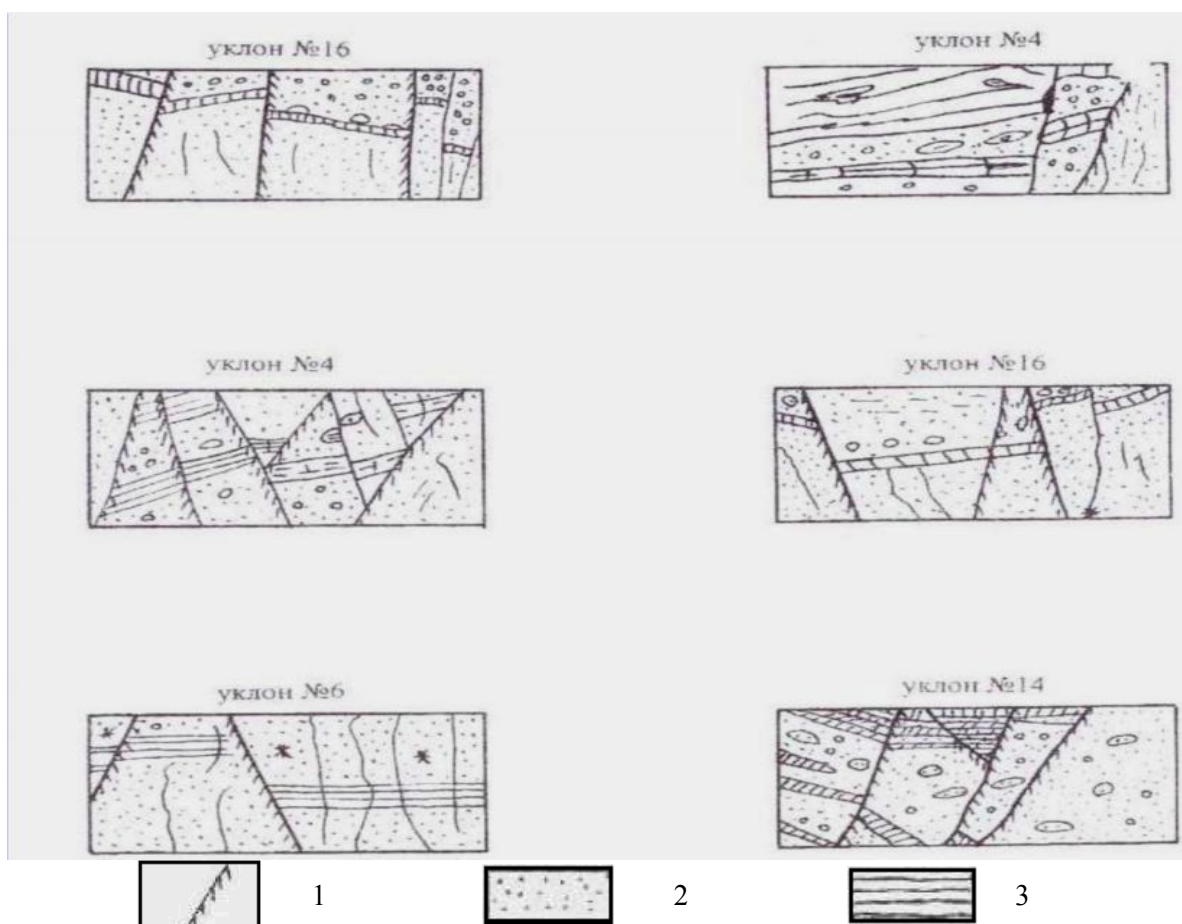


**Рис. 1. Глинистый известняк, разбитый субгоризонтальными и субвертикальными трещинами на разномасштабные блоки, Египет, плато Гиза (фото А.М. Тюрина)**

Эта настолько характерная и видимая особенность природной дискретной среды, что не учитывать ее, казалось бы, просто невозможно. И, тем не менее, при изучении природных резервуаров разрабатываемых месторождений мы привыкли опираться на представления, почерпнутые из механики сплошных сред. Несоответствие получаемых моделей реальным природным объектам связано, в первую очередь, с тем, что мы применяем линейные законы

механики сплошной среды к объектам, являющимся, по сути, дискретными, которые обладают внутренней иерархией и определенной структурной организацией, что позволяет проявлять таким системам нелинейные свойства. Практика показывает, что природная трещиноватость широко развита в коллекторах различного литологического состава и возраста, в песчаниках, известняках, доломитах, аргиллитах, в обогащенных органикой сланцах и угольных пластах, в плотных метаморфизованных породах фундамента и в магматических горных породах. Несмотря на столь широкий разброс как по литологическому составу, так и по возрасту пород коллекторов, содержащих жидкие и газообразные ресурсы нефти и газа, их объединяет то, что все они в определенной степени трещиноватые и имеют сложное блочное дискретное строение. Трещиноватость пород – повсеместно распространенное явление, поэтому В.В. Белоусов, Ю.А. Косыгин, В.Е. Хаин и другие известные тектонисты в своих работах неоднократно отмечали, что все породы как в геосинклинальных, так и в платформенных областях обладают общей планетарной трещиноватостью. Рассматривая разнообразные месторождения нефти и газа, можно констатировать, что трещиноватость горных пород обуславливает широкую возможность существования различных природных резервуаров, в том числе содержащих нетрадиционные углеводороды. Из сказанного следует, что без развитой системы флюидопроводящих трещин в горных породах углеводородным флюидам было бы невозможно попасть в плотные, практически непроницаемые коллекторы и фильтроваться в них.

Уникальный опыт длительно разрабатываемых шахтным способом песчаников Ярегского нефтяного месторождения показал, что трещиноватость пород не только предопределяет продуктивность скважин, но и значительно влияет на результативность применения новых методов и технологий увеличения нефтеотдачи. Развитую тектоническую трещиноватость в продуктивных песчаниках можно наблюдать визуально и изучать непосредственно в подземных горных выработках. Специфические фильтрационно-емкостные свойства песчаников III пласта Ярегского месторождения еще в 1941 г. привели геологов к выводу о том, что продуктивность скважин в значительной степени зависит от густоты и характера вскрытых трещин, группирующихся в зоны дробления с улучшенными коллекторскими свойствами, а, следовательно, с более высокой нефтеотдачей. Начиная с 1941 г., геологами Ярегских нефтешахт ведется систематическое изучение трещиноватости продуктивных пород. На рис. 2 приведены наиболее характерные зарисовки трещиноватости и тектонической нарушенности III пласта Ярегского месторождения.



**Рис. 2. Характерные зарисовки трещиноватости и тектонической нарушенности III пласта Ярегского нефтяного месторождения**

*1 - тектонические нарушения; 2 – песчаники; 3 - аргиллитовые пропластки.*

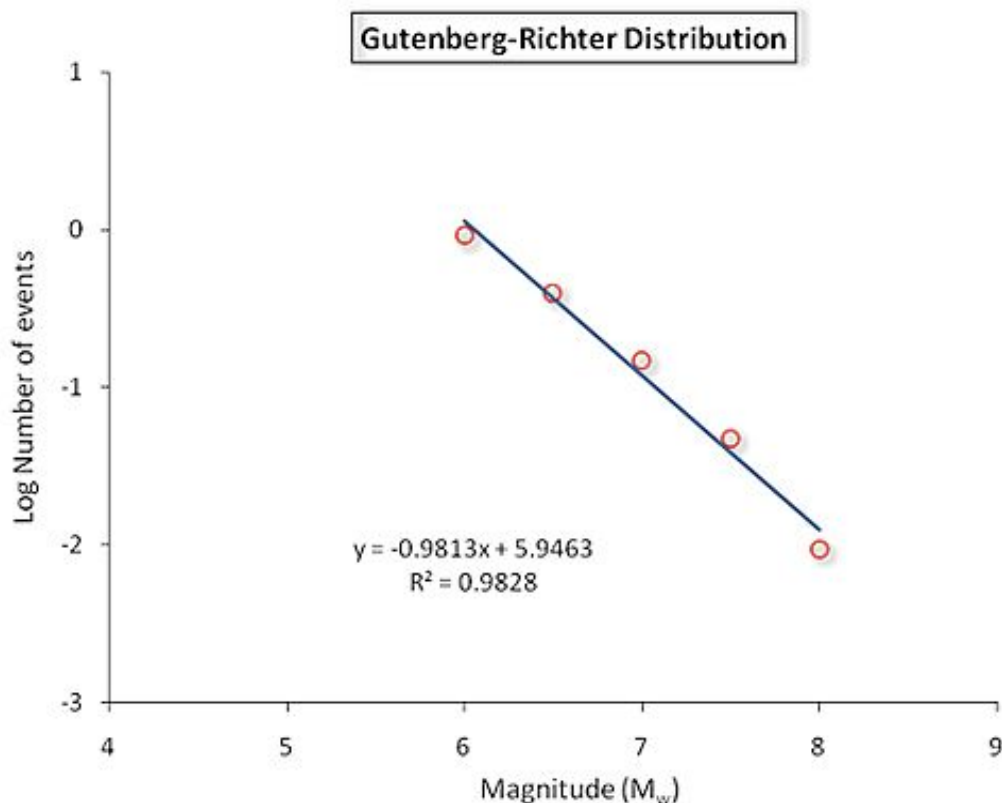
Проведенный анализ работы скважин нефтешахты 1 показал, что на долю высокодебитных (трещинных) скважин, составляющих 5 % от действующего фонда, приходится более 34 % объема добычи нефти, в то время как остальные 95 % скважин, дренирующих преимущественно матрицу нефтенасыщенных песчаников, дали только 64 % добытой нефти (Ф.В. Поливанный, 1943). Это позволило подсчитать, что одна высокодебитная (трещинная) скважина в среднем дает в 10 раз больше нефти, чем скважины, дренирующие поровую матрицу коллекторов. Исследования трещиноватости продуктивного пласта позволили геологам Ярегской нефтешахты 1 разработать и внедрить в практику эффективную систему бурения подземных скважин на базе метода, названного «структурным анализом». Благодаря этому методу стало возможным не только прогнозировать высокодебитные (трещинные) скважины, но и производить целенаправленное бурение наклонно-направленных скважин на пересечение тектонических трещин с целью увеличения отборов нефти и повышения нефтеотдачи.

К сожалению, опыт изучения трещиноватости непосредственно в продуктивных породах при разработке нефтяной залежи шахтным способом, подобно Ярегскому месторождению, является единичным, в своем роде уникальным и не может быть распространен на подавляющее большинство месторождений, которые разрабатываются традиционным способом с поверхности. На таких месторождениях для изучения трещиноватости коллекторов с целью повышения эффективности геологоразведочных работ, точности подсчета запасов, регулирования процесса разработки и грамотного обоснования методов и технологий повышения нефтеотдачи необходимо проводить длительное систематическое изучение природных резервуаров с применением широкого комплекса дорогостоящих геолого-геофизических, промысловых, дистанционных и других методов в соответствии с методологией и методическими принципами, детально описанными в работе А.В. Петухова [Петухов, 2002]. Использование таких комплексных исследований на многих месторождениях Тимано-Печорской и Западно-Сибирской провинций показывает, что нефтегазоносные коллекторы, пронизанные разномасштабными трещинами и тектоническими нарушениями, проявляют масштабную инвариантность (скейлинг) в процессе разработки, что приводит к самоорганизации этих сложных нелинейных объектов [Петухов и др., 2011б].

История открытия явления логарифмической масштабной инвариантности начинается с конца XVIII века. В 1795 г. известный математик Карл Фридрих Гаусс открыл логарифмическую инвариантность в распределении простых чисел. Гаусс доказал, что количество простых чисел  $p(n)$  во множестве натуральных чисел до числа  $n$  определяется законом  $p(n) \sim n/\ln(n)$ . Знак равенства имеет место в пределе  $n \rightarrow \infty$ . Логарифмическая инвариантность их распределения является единственным нетривиальным свойством всех простых чисел.

В 1967-1968 гг. Ричард Фейнман и Джеймс Бьёркен открыли феномен логарифмической масштабной инвариантности (скейлинг) в физике высоких энергий, а именно в распределениях барионных резонансов в зависимости от их массы покоя.

Профессор Московского университета Симон Эльевич Шноль обнаружил скейлинг в тонкой структуре гистограмм различных физических и химических процессов, в том числе в процессах радиоактивного распада и в тепловых шумовых процессах. В работах с 1967 по 1998 гг. он показал, что масштабная инвариантность тонкой структуры гистограмм является общим свойством стохастических процессов, которое не зависит от природы процесса.

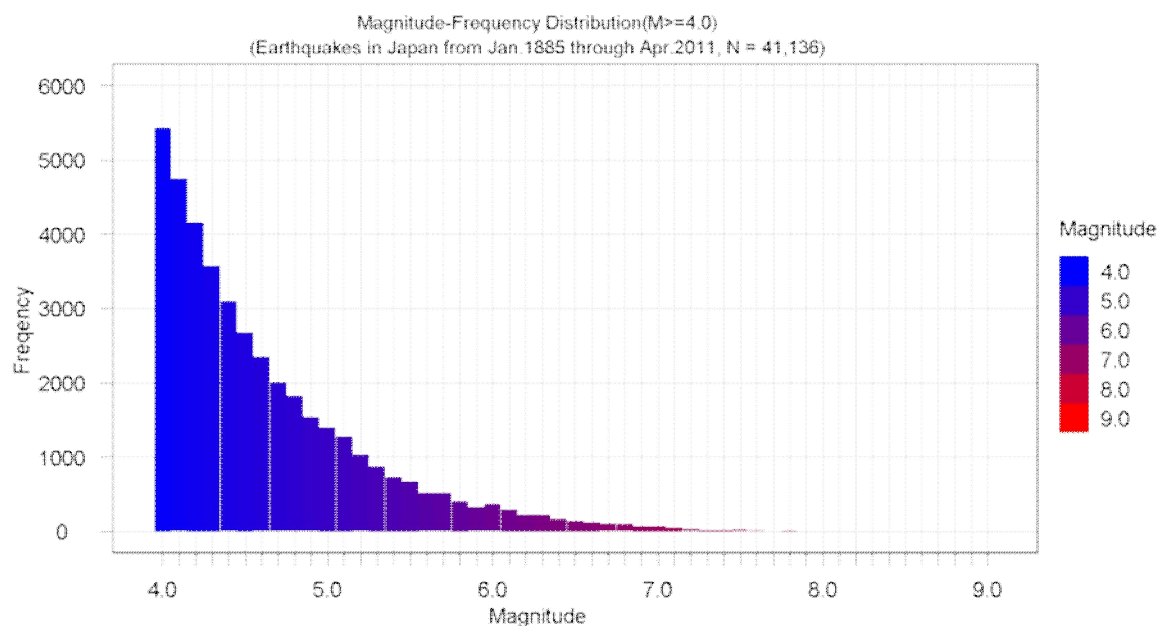


**Рис. 3. Закон Гутенберга-Рихтера. Логарифмически инвариантная зависимость между количеством и магнитудами (энергией) землетрясений (источник: plus.match.org)**

В 1950-е гг. Бено Гутенберг и Чарльз Рихтер впервые показали, что существует логарифмически инвариантная закономерная зависимость между количеством и магнитудами (энергией) землетрясений. Закон Гутенберга-Рихтера убедительно доказывает наличие скейлинга в сейсмологии (рис. 3). Анализ физики землетрясений с позиций статистической механики и теории фазовых переходов, который был проведен в ряде работ [Rundle, 1988, 1889; Rundle et al., 2003] для объяснения известных скейлинговых соотношений Гутенберга-Рихтера, описывающих частотные распределения магнитуд, и закона Омори для затухания афтершотоков, показывает, что данные скейлинговые соотношения, имеющие вид степенных зависимостей (рис. 4), могут быть связаны с переходами второго рода в сложных неравновесных системах, которые происходят при изменении контролирующих параметров. Одновременно показано, что землетрясения, которые вовлекают весь объем множественных сдвиговых разрывов, обнаруживают признаки фазовых переходов первого рода и сопровождаются резкими изменениями физического состояния всей системы. Таким образом, современные сейсмологические исследования земной коры до глубины 10 км показывают, что она проявляет признаки динамически сложной нелинейной системы, включая пространственно-временную



локализацию сейсмических событий, иерархическое самоподобие, а также пространственно-временное изменение активности по системам нарушений земной коры.



**Рис. 4. Степенной характер распределения землетрясений с магнитудой  $M \geq 4$  в Японии с января 1885 г. по апрель 2011 г. (источник: [www.knowledgediscovery.jp](http://www.knowledgediscovery.jp))**

В некоторых работах показано, что деформация земной коры до глубины 10 км осуществляется за счет смещения отдельных блоков по тектоническим нарушениям и трещинам в широком спектре масштабов [Barrier, Turcotte, 1994]. Ниже этой глубины деформация реализуется за счет вязкого и пластического течения. В пределах сейсмогенных зон деформация земной коры, как правило, связана с землетрясениями. Современная сейсмология рассматривает дислоцированные горные породы в виде так называемой структурированной блочной среды. При механическом воздействии на горную породу происходит взаимное перемещение блоков, которое в основном реализуется по их границам. Под действием нагрузки на границах блоков образуются разрывы сплошности материала горной породы. Эти разрывы реализуются в виде микротрещин, макротрещин, разломов и являются неотъемлемыми элементами структуры горной породы. В первом приближении все нарушения ассоциируются с характерными землетрясениями и, таким образом, фрактальное распределение нарушений в земной коре соответствует фрактальному распределению землетрясений. Масштабный анализ нарушений и трещин в горных породах с использованием системно-структурного подхода [Петухов, 2002] свидетельствует о широком спектре масштабов от нескольких микрометров до сотен километров. Таким образом,

специфическим свойством структурированной земной коры является ее дискретное блоковое строение в широком диапазоне масштабов. В основе фрактальных закономерностей распределения нарушений в земной коре лежит динамика скольжения и фрагментации системы разномасштабных блоков. Самоорганизованная критичность сложных иерархических систем, обусловленная динамикой скольжения и образованием разномасштабных блоков, имеет отношение к пространственно-временной инвариантности статистических характеристик структурированных горных пород, обусловленных длинно-корреляционным взаимодействием коллективных мод сдвигов, формируемых в системе нарушений земной коры [Coral, 2004, 2005].

Закономерности распределения сейсмичности соответствуют проявлениям самоорганизованной критичности, что является следствием непрерывного увеличения накапливаемой энергии упругих деформаций при относительном движении разномасштабных блоков в верхней части земной коры. При этом значительная часть энергии диссипирует в форме дискретных событий – землетрясений. Пространственно-временная статистика землетрясений обнаруживает черты масштабной инвариантности в блоковом строении земной коры, что характерно для поведения сложных неравновесных открытых систем. Основные результаты механики разрушения и теоретической геодинамики, которые используются для изучения поведения горных пород и деформационных процессов, происходящих в земной коре, показывают, что структурированные горные породы, имеющие иерархическое блочное строение, обнаруживают разнообразное реологическое поведение, включающее накопление повреждений, нарушение сплошности и связанные с ними механизмы деформации и трения. Наиболее важные аспекты механического поведения, сопровождающие разрушение горных пород и сейсмические события, обусловлены уменьшением прочности, развитием зон локализованных дефектов, проявлениями хрупкого разрушения, ветвлением трещин и разломов, поэтому изучению развития дефектной структуры твердого тела, подверженного интенсивной пластической деформации, уделяется огромное внимание. Характерно, что определение структурной сложности трещиноватых горных пород не может быть достигнуто использованием одних экспериментальных методов и требует обоснования математического алгоритма этого процесса с последующей компьютерной обработкой данных согласно разработанному алгоритму.

В работе «О самоорганизации нефтегазовых систем в процессе разработки залежей» [Петухов и др., 2011a] на примере изучения двух месторождений Тимано-Печорской



провинции (Пашнинское и Харьягинское) и одного месторождения в Западной Сибири (Крапивинское) было показано, что характерные линейные размеры ( $L_i$ ) отдельных блоков структурированного продуктивного пласта, разбитого системой трещин разного порядка, можно определить через величину суммарной накопленной добычи нефти по каждой скважине. При исследовании этих месторождений были использованы принципы системно-структурного подхода, детально изложенного в работе «Теория и методология изучения структурно-пространственной зональности трещинных коллекторов нефти и газа» [Петухов, 2002]. Отличительная черта такого подхода состоит в том, что коллекторы нефти и газа рассматриваются как сложная система, которая имеет иерархическую дискретную самоподобную структуру и состоит из целого ряда относительно простых элементов, образующих блоковую делимость горных пород-коллекторов в широком диапазоне масштабов. Эта структура проявляется как определяющий фактор при изучении процессов разработки нефтегазовых залежей как самоорганизующихся неравновесных и нелинейных систем с использованием основных положений синергетики, так как именно структурные особенности сложных систем, возникновение и разрушение самоорганизующейся упорядоченной структуры в пространстве и времени в различных природных средах является основным предметом этой междисциплинарной научной парадигмы. В результате проведенных исследований было показано, что реальный нефтяной пласт является сложной иерархической структурированной системой матричных пористых блоков и открытых трещин различного масштаба, разделяющих эти блоки. Например, при изучении Пашнинского, Харьягинского и Крапивинского нефтяных месторождений было выявлено от шести до восьми линейных размерностей блоков. На графиках распределения первоначального дебита и накопленной добычи нефти по скважинам исследуемых месторождений было установлено, что большинство скважин характеризуются относительно низкой суммарной накопленной добычей нефти, а также вступительными дебитами; и только единичные скважины, расположенные в правой части графиков, представляющие «тяжелый хвост» в степенном распределении, имеют значительно большую накопленную добычу и вступительные дебиты. Постепенно убирая из выборки высокодебитные скважины, для которых определялись линейные размеры дренируемых ими блоков для каждого иерархического уровня, и строя графики распределения оставшихся скважин, было показано, что распределение скважин на всех структурных уровнях одинаково и подчиняется степенному закону распределения. Сопоставляя графики распределения на всех иерархических уровнях, было отмечено, что все они подобны друг другу, то есть, опускаясь

на более низкую ступень иерархии, скважины распределяются подобно тому, как они распределялись на более высоких структурных уровнях системы. Таким образом, структурированная геологическая среда, представляющая собой систему разномасштабных блоков продуктивных пород, дренируемых добывающими скважинами, остается самоподобной (самоафинной) на разных уровнях ее организации. Распределение в пределах исследуемых месторождений скважин по накопленной добыче и дебитам, хотя и различное по их количеству и другим особенностям на разных уровнях иерархии сложнопостроенной природной системы, однако всегда остается подобным, то есть инвариантным независимо от масштаба рассмотрения. С левой стороны на всех графиках мы видим абсолютное большинство скважин с низкой суммарной накопленной добычей нефти и дебитами, а с правой стороны располагаются единичные скважины с высокой накопленной добычей нефти и вступительными дебитами, но это незначительное меньшинство добывающих скважин (5-10 %) способно давать до 35-50 % объемов добычи нефти в процессе разработки, что принято называть «тяжелым хвостом» в степенном распределении. Распределение добывающих скважин по величине накопленной добычи и дебитов на исследуемых месторождениях свидетельствует о степенном поведении природных систем пород-коллекторов, которые дренируются данными скважинами, известным в науке как закон Парето:

$$p_i = C \cdot \varepsilon_i^{-\tau}$$

с положительными константами  $C$ ,  $\tau$ , где  $p_i$  – изменяющаяся вероятность состояния  $i$ ;  $\varepsilon_i$  – энергия  $i$ -го состояния системы.

Исследования показывают, что в соответствии с этим законом происходит распределение богатства по различным слоям населения, интенсивность землетрясений в земной коре, частота катастроф финансовых бирж и т.д. Необходимо отметить, что аналогичное степенное распределение суммарной накопленной добычи нефти и первоначальных дебитов скважин характерно для залежей, связанных со сложными порово-трещинными коллекторами [ Петухов и др., 2011б ] и было получено на всех без исключения исследованных месторождениях Тимано-Печорской и Западно-Сибирской нефтегазоносных провинций. Проведенные исследования показали, что трещиноватость в терригенных поровых коллекторах развита не менее значительно, чем в карбонатных коллекторах сложного типа, что необходимо учитывать при разработке месторождений. Кроме того, было установлено, что в соответствии с законом Парето распределяются также добывающие скважины при разработке нетрадиционных источников углеводородов, таких как сланцевый

газ или угольный метан. На таких объектах, как емкость продуктивных пород, так и их проницаемость обусловлена, как правило, только трещинами. Например, по состоянию на 1993 г. в известном угольном бассейне Сан-Хуан (США) эксплуатировалось 2700 скважин для добычи угольного метана. При этом 75 % добычи угольного метана приходилось на 600 (22,2 %) добывающих скважин и 25 % добычи на остальные 2100 (77,8 %) добывающие скважины. Согласно закону Парето распределяются также добывающие скважины в породах фундамента (гранитоидах и гранитах) в пределах уникального нефтяного месторождения Белый Тигр, расположенного на шельфе Вьетнама. Здесь 30 % добывающих скважин, которые характеризуются повышенной продуктивностью, дают около 60 % добываемой нефти. На промыслах Ярегского месторождения тяжелой высоковязкой нефти, разрабатываемого шахтным способом, еще в далеком 1943 г. геологами было установлено, что 5 % высокодебитных скважин, пересекающих субвертикальные трещины в продуктивном пласте, дают примерно 35 % всей добычи нефти, что также согласуется с законом Парето. К этому следует добавить, что все открытые к настоящему времени месторождения нефти и газа по величине запасов также распределяются в соответствии с этим законом.

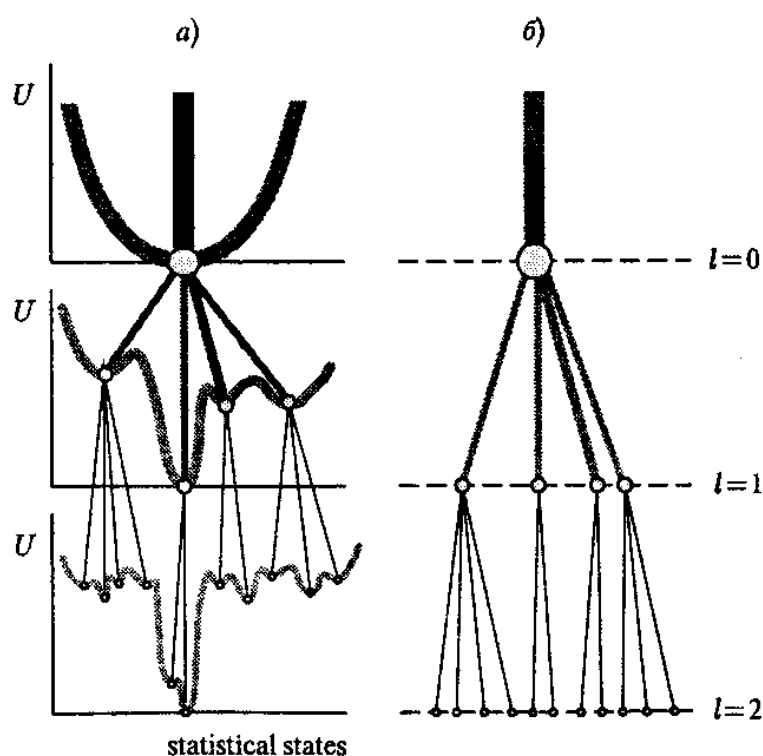
При изучении линейных размеров дренируемых блоков пород-коллекторов Пашнинского, Харьягинского и Крапивинского месторождений было обнаружено, что в распределении этих размерностей наблюдается определенная упорядоченность, и полученные значения выстраиваются в строго определенном порядке. Таким образом, сложная природная система пород-коллекторов, которая характеризуется хаотическим распределением в них разномасштабных тектонических флюидопроводящих трещин и разрывов, разделяющих коллекторы на разномасштабные блоки, которые также имеют случайное беспорядочное распределение, удивительным образом самоорганизуется в строго определенную математическую последовательность, то есть хаотическая трещиноватость порождает порядок. При этом распределение линейных размеров блоков напоминает последовательность Фибоначчи, когда каждое следующее число множества получается путем сложения двух предыдущих чисел, а отношение этих чисел между собой характеризуется правилом «золотого сечения».

В результате проведенных исследований было установлено, что соотношение линейных размеров блоков соседних иерархических уровней в породах-коллекторах всех исследуемых месторождений асимптотически стремится к величине 1,618 (золотое сечение). Такое строго упорядоченное самоорганизованное распределение блоков продуктивных

пород и добывающих скважин по накопленной добыче в пределах всех исследуемых месторождений впечатляет своей необычностью и заставляет обратиться к статистической теории сложных систем, для того чтобы объяснить феномен самоорганизации сложных структур, в, на первый взгляд, хаотически трещиноватых природных породах-коллекторах. Феноменологическая теория самоорганизации сложных систем [Олемской, 2009] показывает, что ответ на этот вопрос заключается в том, что множество возможных степеней свободы таких сложных систем, как неоднородные трещиноватые природные резервуары, разделяется на два класса – бесконечное множество микроскопических степеней и небольшое число макроскопических, которые принято называть термином гидродинамические моды. В соответствии с синергетическим принципом соподчинения [Mezard, Parisi, Virasoro, 1987] в ходе эволюции сложных систем гидродинамические моды подавляют поведение микроскопических степеней свободы, полностью определяя картину самоорганизации. В результате коллективное поведение сложных систем задается несколькими параметрами, которые представляют амплитуды гидродинамических мод.

Основная особенность структуры случайных разветвленных иерархических систем, геометрическим прообразом которых является дерево Кэйли, состоит в том, что при переходе на более низкий (глубокий) уровень, система разделяется на более мелкие подсистемы, которые состоят из еще более мелких субансамблей следующего уровня и т.д. (рис. 5). Со статистической точки зрения набор иерархических ансамблей и подсистем определяется сложностью системы ( $C$ ), которая по аналогии с энтропией характеризует беспорядок иерархической связи. Хотя с формальной точки зрения понятия сложность и энтропия очень близки, их физический смысл совершенно разный: если энтропия характеризует беспорядок в распределении атомов (наименьших структурных единиц), то при определении сложности изучается распределение подансамблей системы, на которые подразделяется полный статистический ансамбль [Олемской, 2009]. Исследование самоподобных статистических ансамблей сложных иерархических сетей, к которым можно отнести и сеть разномасштабных трещин, развитых в горных породах, показывает, что с усилением иерархической связи величина сложности монотонно нарастает до максимального значения, которое спадает с ростом дисперсии этой связи и уменьшением ветвимости ( $a$ ) иерархического дерева. Если спад сложности с уменьшением ветвимости иерархической системы вполне закономерен, так как неветвящееся дерево не обладает сложностью, то спадание сложности с увеличением разброса (дисперсии) иерархического ансамбля представляется аномальным.

Проведенные вычисления показывают, что установление иерархической связи быстро повышает сложность статистического ансамбля. С усилением ветвимости иерархического дерева максимальная сложность монотонно нарастает от нулевого значения при ветвимости трещин  $a=1$  до бесконечного при  $a \rightarrow \infty$ . С изменением дисперсии статистического ансамбля поведение, присущее простым системам, наблюдается при показателях ветвления, превышающих золотое сечение  $a_+=1,618$ , а спадание сложности с ростом дисперсии, характерное для сложных самоподобных иерархических систем, проявляется при ветвимости, ограниченной интервалом  $1 < a < 1,618$ .



**Рис. 5.** Характерный вид рельефа внутренней энергии в пространстве состояний (а) и соответствующее иерархическое дерево (б) сложной системы (Олемской А.И., 2009)

Исследования, проведенные на многих месторождениях Тимано-Печорской и Западно-Сибирской нефтегазоносных провинций, показывают, что разномасштабные трещины горных пород являются сложными самоподобными фрактальными структурами, поведение которых описывается общим универсальным законом.

В качестве примера, иллюстрирующего универсальность этого закона в природе, на рис. 6 приведено сопоставление фрактальных структур разномасштабных трещин горных пород (слева) и обыкновенного ветвящегося дерева – рисунок справа. Как можно заметить, структура сравниваемых объектов очень похожа. Это фрактальные самоподобные объекты, которые можно охарактеризовать фрактальной размерностью.



Рис. 6. Сопоставление фрактальных структур разномасштабных трещин горных пород (слева) и обыкновенного ветвящегося дерева (справа)

В табл. 1 приведены линейные размеры и фрактальные размерности блоков продуктивных коллекторов Пашнинского нефтяного месторождения.

Сводная таблица линейных размеров и фрактальных размерностей блоков коллекторов Пашнинского нефтяного месторождения

Таблица 1

Уровень блока $n_i$	Линейный размер блока $L_i$ , м	$X_1=n_{i+1}/n_i$ (фрактальная размерность)	$X_2=n_i/n_{i+1}$	$X_1+X_2$	Линейный размер блока $L_i/10$ , м	Ряд Фибоначчи
$n_1$	22	1,55	0,65	2,2	2,2	2
$n_2$	34	1,35	0,74	2,1	3,4	3
$n_3$	46	1,61	0,62	2,2	4,6	5
$n_4$	74	1,35	0,74	2,1	7,4	8
$n_5$	100	1,60	0,62	2,2	10	13
$n_6$	160	1,37	0,73	2,1	16	21
$n_7$	220	1,55	0,65	2,2	22	34
$n_8$	340				34	55

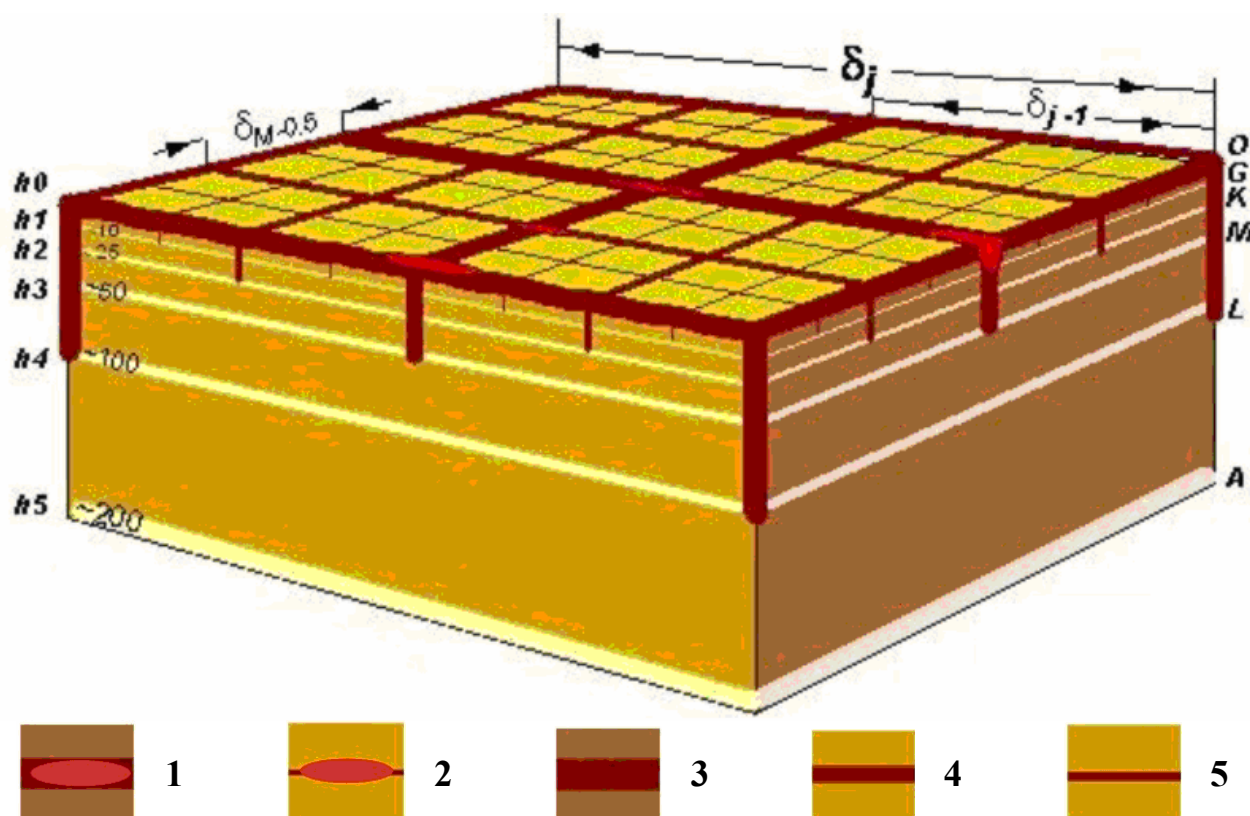
Сопоставление фрактальных размерностей нефтенасыщенных пород-коллекторов месторождений Тимано-Печорской и Западно-Сибирской провинций, разбитых тектоническими трещинами и дизъюнктивными нарушениями, показывает, что они очень близки и изменяются от 1,35 до 1,61, приближаясь к величине 1,618 (золотое сечение).

Исходя из сказанного выше, можно заключить, что математическим выражением самоподобия трещиноватых горных пород являются степенные законы. Если в однородной степенной функции  $f(x)=cx^a$ , где  $c$  и  $a$  постоянные, подвергнуть  $x$  преобразованию подобия путем умножения на некоторую константу, то функция по-прежнему будет пропорциональна, хотя и с другим коэффициентом пропорциональности. Таким образом, степенные законы с дробными показателями являются генераторами самоподобия. Самоподобным степенным законам подчиняются, например, растущие города и горные породы, распадающиеся при ударе на отдельные фрагменты. При этом необходимо отметить



важность единственного неперменного условия выполнения самоподобного закона: отсутствие у данного вида объектов внутреннего масштаба. Действительно, не бывает реальных городов с числом жителей меньше 1 или больше  $10^9$ . Точно также размер обломка горной породы не может быть меньше молекулы, или больше континента. Таким образом, если самоподобие и беспредельно, то только в ограниченных областях. Тот факт, что однородные степенные законы не имеют естественных внутренних масштабов, обуславливает еще один феномен – масштабную инвариантность, которую необходимо учитывать при моделировании объектов, проявляющих это свойство.

В сейсмологии для моделирования и прогноза землетрясений используется блочная иерархическая модель массива горных пород, составленная на основе фрактала Теркотта (рис. 7).

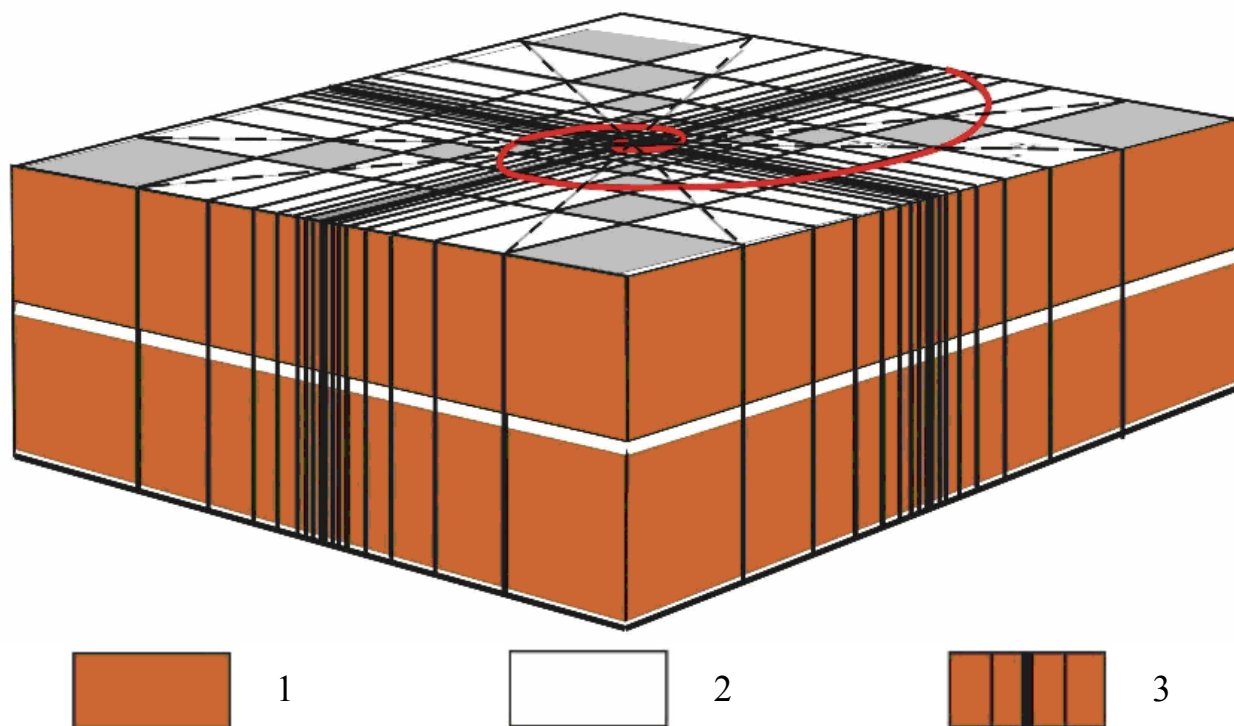


**Рис. 7. Блочная иерархическая самоподобная фрактальная модель горных пород, используемая для прогноза землетрясений** (по данным В.М. Уломова, 1987 г.)

*1-2 – размер очагов землетрясений с магнитудой: 1 –  $M=8,0$ , 2 –  $M=7,5$ ; 3-4 – разломы с максимальной магнитудой: 3 –  $M=8,5$ , 4 –  $M=8,0$ , 5 –  $M=7,5$ ;  $h_0, h_1, h_2, h_3$  – глубины залегания каждой следующей границы в земной коре и верхней мантии; O, G, K, M, L, A – индексы слоев в земной коре и верхней мантии;  $\delta_j, \delta_{j-1}$  – количество разломов на каждом иерархическом уровне;  $\delta_{M-0,5}$  – количество разломов, ранжируемых по магнитуде с шагом 0,5*

Однако, как можно заметить, хотя эта модель и проявляет эффекты самоподобия и масштабной инвариантности, она не удовлетворяет очень важному фундаментальному

свойству, выявленному в процессе изучения месторождений нефти, которое заключается в том, что соотношение линейных размеров разномасштабных блоков асимптотически стремится к величине 1,618 или 0,618, что тоже самое, если делить меньший линейный размер блока на больший. В данной модели это соотношение всегда равно 2,0 или 0,5, что довольно близко к реальным значениям, но не достаточно точно.



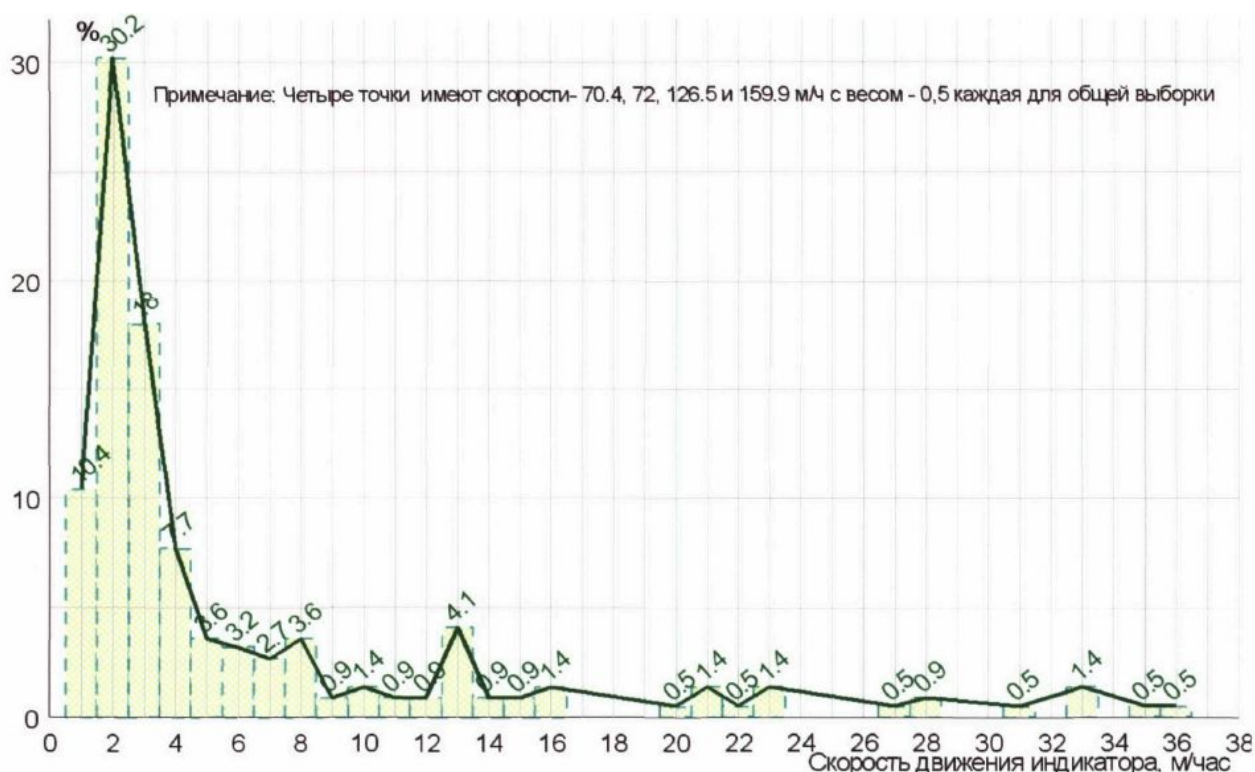
**Рис. 8. Блочная иерархическая модель продуктивных трещиноватых пород, предлагаемая для моделирования разработки залежей**

*1 – порода-коллектор; 2 – плотная непроницаемая порода; 3 – субвертикальные трещины различной проницаемости.*

Кроме того, следует отметить тот факт, что фрактал Теркотта является идеальным математическим фракталом, в то время как природные объекты, по сути, являются предфрактальными системами и характеризуются самоподобным фазовым пространством, точки которого, как правило, образуют мультифрактальное множество. Для моделирования таких объектов была предложена блочная иерархическая модель трещиноватых пород коллекторов, которая, по нашему мнению, наиболее близка к природным системам не только по соотношению линейных размеров разномасштабных блоков, но и по показателям ветвления ( $a$ ) и неаддитивности ( $Q$ ), поэтому она более точно соответствует основным положениям статистической теории сложных самоподобных иерархических систем. На рис. 8 представлена блочная иерархическая модель продуктивных пород, предлагаемая для

моделирования разработки залежей и учитывающая все особенности строения трещиноватых природных резервуаров, включая такие важные параметры, как сложность системы ( $C$ ), показатель ветвимости трещин ( $a$ ) и параметр неаддитивности ( $Q$ ).

В разработанной модели не только линейные размеры блоков находятся в соотношении 1,618, но и проницаемость трещин, разделяющих эти блоки, изменяется в соотношении, близком к 1,618, что позволяет объяснить степенное распределение спектра скоростей фильтрации воды, полученное по данным индикаторного геомониторинга (трассерный метод), выполненного для изучения фильтрационных потоков в пределах многих месторождений (рис. 9).



**Рис. 9. Распределение спектра скоростей фильтрации воды от скважин 119, 123, 107, 155, 134 по данным геомониторинга Сандивейского нефтяного месторождения (трассерный метод)**

На данном графике пиковые значения скорости фильтрации воды 2, 3, 5, 8, 13, 21 и 34 м/час соответствуют числам ряда Фибоначчи. При этом если в разработанной модели проницаемость самой крупной трещины первого иерархического уровня (самая жирная линия в центре блока на рис. 8) равна, например, 10 Д, то проницаемость трещины последнего иерархического уровня, которая ограничивает самые крайние блоки, составит всего 132 мД, что примерно соответствует матричной проницаемости коллектора в самом блоке, то есть система трещиноватости при таком соотношении проницаемости трещин и матрицы будет вырождаться на последнем уровне. Площадную и послойную проницаемость

коллекторов в самих блоках данной модели можно изменять, применяя традиционные приемы тензорного осреднения, которые используются в стандартных программах гидродинамического моделирования процесса разработки, таких как Tempest MORE, Eclipse и др.

Предлагаемая иерархическая блочная фрактальная модель строения природных резервуаров, которая может быть использована для геологического и гидродинамического моделирования процесса разработки, в полной мере подтверждается данными, полученными при анализе распределения дебитов скважин и накопленной добычи на многих нефтяных месторождениях, проведенном авторами и другими исследователями. Например, исследования, проведенные Бондаренко П.М. с соавторами, по изучению зависимости дебита нефти от величины эффективной нефтенасыщенной мощности коллектора и от расстояния до главной оси зоны трещиноватости для пород продуктивного пласта АВ<sub>1</sub><sup>3</sup> Восточно-Урьевской площади в Западной Сибири показывают, что дебит скважин на этом месторождении не зависит от эффективной нефтенасыщенной толщины, а определяется расстоянием до главной оси зоны трещиноватости, при этом установленная зависимость распределения дебитов носит степенной характер (рис. 10).

Таким образом, в результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Фундаментальное свойство структурированной среды сложнопостроенных трещиноватых пород-коллекторов заключается в том, что структура и поведение этих сложных самоподобных нелинейных диссипативных систем определяется разномасштабными дискретными неоднородностями: блоками и трещинами, разграничивающими эти блоки, которые придают этим системам специфические нелинейные и неаддитивные свойства, а также способствуют процессам самоорганизации при разработке залежей нефти.

2. Важным свойством самоорганизации трещиноватых пород-коллекторов является подобие их строения в большом диапазоне масштабов. Отношение соседних характерных размеров в иерархии распределения этих разветвленных фрактальных систем изменяется от 1,35 до 1,61 и иногда приближается к величине 1,618 - «золотому сечению», определяя степенное распределение таких систем, а также масштабную инвариантность (скейлинг), свойственную фрактальным объектам.

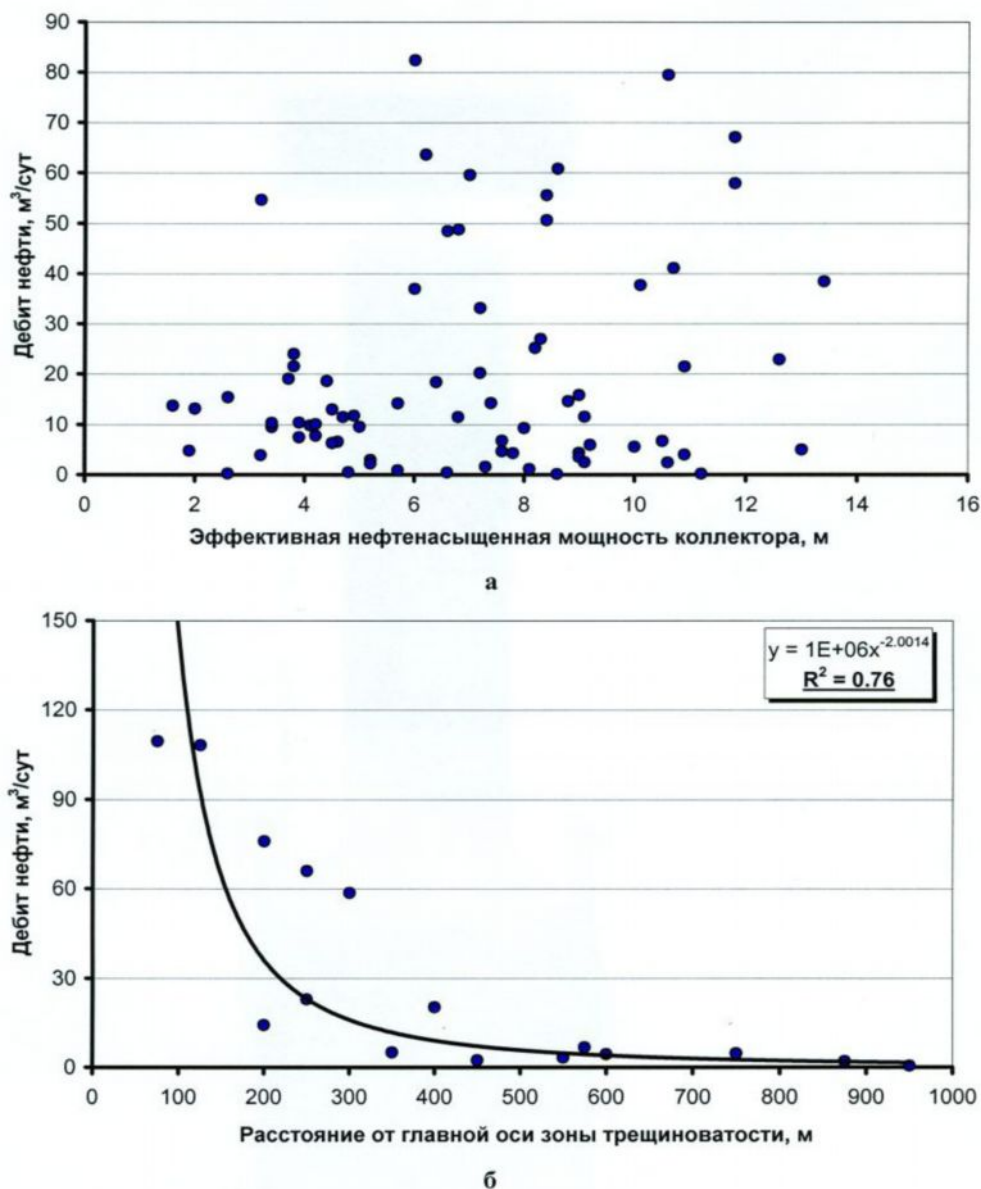


Рис. 10. Графики зависимости дебита нефти от величины эффективной нефтенасыщенной мощности коллектора (а) и от расстояния до главной оси зоны трещиноватости (б) для пород продуктивного пласта АВ<sub>1</sub><sup>3</sup> Восточно-Урьевской площади (Бондаренко П.М. и др. 2004 г.)

3. Исходя из отмеченных структурных особенностей сложнопостроенных трещиноватых коллекторов, дебиты добывающих скважин в пределах исследованных залежей подчиняются степенному закону распределения. Такое распределение характерно для поведения многих сложных систем и может описываться законом Парето. Современная статистическая теория эволюции сложных систем показывает, что иерархическая соподчиненность разномасштабных разветвленных фрактальных структур, образующих сложную иерархическую самоподобную систему, геометрическим прообразом которой является дерево Кэйли, приводит к деформации статистического ансамбля и характеризуется распределением Парето.



4. Разработанная и предлагаемая к практической реализации блочная иерархическая самоподобная математическая модель трещиноватых резервуаров позволяет обосновать оптимальные размеры и количество ячеек при использовании различных гидродинамических симуляторов (Tempest MORE, Eclipse, МКТ отечественной платформы TimeZYX и др.) для создания постоянно действующих геолого-технологических моделей нефтяных и газонефтяных месторождений, тем самым более точно смоделировать расчетные показатели разработки залежей и оценить экономическую эффективность различных вариантов размещения добывающих и нагнетательных скважин.

### Литература

*Олемской А.И.* Синергетика сложных систем: Феноменология и статистическая теория. – М.: КРАСАНД. - 2009. – 384 с.

*Петухов А.В.* Теория и методология изучения структурно-пространственной зональности трещинных коллекторов нефти и газа. - Ухта: УГТУ. - 2002. – 276 с.

*Петухов А.В., Никитин М.Н., Тананыхин Д.С., Шангараева Л.А.* О самоорганизации нефтегазовых систем в процессе разработки залежей // Рассохинские чтения. - Материалы межрегионального семинара. – Ухта: УГТУ. – 2011а. - С. 104-112.

*Петухов А.В., Шелепов И.В., Петухов А.А., Куклин А.И.* Сравнительная оценка трещиноватости коллекторов Тимано-Печорской и Западно-Сибирской нефтегазоносных провинций по динамике показателей разработки // Рассохинские чтения. - Материалы межрегионального семинара. – Ухта: УГТУ. – 2011б. - С. 115-122.

*Barrier B., Turcotte D.L.* Seismicity and self-organized criticality // Phys. Rev. – 1994. – V. 49. – No. 2. – P. 1151-1162.

*Mezard M., Parisi G., Virasoro M.A.* Spin Glass Theory and Beyond. Singapore: World Scientific, 1987.

*Rundle J.B.* A physical model for earthquakes. 1. Fluctuation and interactions // J. Geophys. Res. – 1988. – V.93. – P. 6237-6254.

*Rundle J.B.* A physical model for earthquakes. 3. Thermodynamic approach and its relation to nonclassical theories of nucleation // J. Geophys. Res. – 1989. – V.94. – P. 2839-2855.

*Rundle J.B., Turcotte D.L., Shcherbakov R., Klein W., Sammis C.* Statistical physics approach to understanding the multiscale dynamics of earthquakes faults systems // Rev. Geophys. – 2003. – V. 41. – P. 1019.

*Coral A.* Long-term clustering, scaling and universality in temporal occurrence of earthquakes // Phys. Rev. Lett. – 2004. – V. 92. – P. 108501.

*Coral A.* Renormalization-group transformations and correlation of seismicity// Phys. Rev. Lett. – 2005. – V. 95. – P. 028501.



**Petukhov A.V.**

National Mineral Resources University (Mining University), Saint-Petersburg, Russia, av\_petukhov@mail.ru

**Shelepov I.V.**

LLC «Gazpromneft NTC», Saint-Petersburg, Russia, shelepov.iv@gazpromneft-ntc.ru

**Petukhov A.A.**

LLC «Gazprom PHG», Moscow, Russia, a.petukhov@phg.gazprom.ru

**Kuklin A.I.**

LLC «Lukoil-Komi», Usinsk, Russia, andrey.kuklin@lukoil.com

## POWER LAW AND SELF-SIMILARITY PRINCIPLE FOR INVESTIGATION OF FRACTURED RESERVOIRS AND HYDRODYNAMICAL SIMULATION

*Some aspects of self-similarity, scaling, self-organization and fractal theory for investigation of fractured oil and gas reservoirs and hydrodynamical simulation of filtration processes are analyzed. Special attention is paid to relationships between these conceptions and power distribution law, which has a long history of implementation for describing complex systems including natural self-similar fractal structures. It is shown, that fractures are as widespread and important in terrigenous rocks as in carbonate rocks of complex type. This should be taken into account during field development.*

**Key words:** self-similarity, scaling, self-organization, fractal theory, fractured reservoirs, oil, gas, initial oil flow rate, cumulative production.

### References

- Barrier B., Turcotte D.L. Seismicity and self-organized criticality. Phys. Rev., 1994, vol. 49, no. 2, pp. 1151-1162.
- Coral A. Long-term clustering, scaling and universality in temporal occurrence of earthquakes. Phys. Rev. Lett., 2004, vol. 92, pp. 108501.
- Coral A. Renormalization-group transformations and correlation of seismicity. Phys. Rev. Lett., 2005, vol. 95, pp. 028501.
- Mezard M., Parisi G., Virasoro M.A. Spin Glass Theory and Beyond. Singapore: World Scientific, 1987.
- Olemskoy A.I. *Sinergetika slozhnykh sistem: Fenomenologiya i statisticheskaya teoriya* [Synergetics of complex systems: phenomenology and statistical theory]. Moscow: KRASAND, 2009, 384 p.
- Petukhov A.V. *Teoriya i metodologiya izucheniya strukturno-prostranstvennoy zonal'nosti treshchinnykh kollektorov nefli i gaza* [Theory and methodology of study of structural and spatial zoning of fractured oil and gas reservoirs]. Ukhta: UGTU, 2002, 276 p.
- Petukhov A.V., Nikitin M.N., Tananykhin D.S., Shangaraeva L.A. *O samoorganizatsii neftegazovykh sistem v protsesse razrabotki zalezhey* [On the self-organization of oil and gas systems in fields development]. Rassokhinskie chteniya. Proceedings of international seminar. Ukhta: UGTU, 2011a, pp. 104-112.
- Petukhov A.V., Shelepov I.V., Petukhov A.A., Kuklin A.I. *Sravnitel'naya otsenka treshchinovatosti kollektorov Timano-Pechorskoy i Zapadno-Sibirskoy neftegazonosnykh provintsiy po dinamike pokazateley razrabotki* [Comparative evaluation of fractured reservoirs of the Timan-Pechora and West Siberian oil and gas provinces by the dynamics of development indicators]. Rassokhinskie chteniya. Proceedings of international seminar. Ukhta: UGTU, 2011b, pp. 115-122.
- Rundle J.B. A physical model for earthquakes. 1. Fluctuation and interactions. J. Geophys. Res., 1988, vol. 93, pp. 6237-6254.
- Rundle J.B. A physical model for earthquakes. 3. Thermodynamic approach and its relation to nonclassical theories of nucleation. J. Geophys. Res., 1989, vol. 94, pp. 2839-2855.
- Rundle J.B., Turcotte D.L., Shcherbakov R., Klein W., Sammis C. Statistical physics approach to understanding the multiscale dynamics of earthquakes faults systems. Rev. Geophys., 2003, vol. 41, pp. 1019.